

# Polynomial Equation (बहुपद समीकरण)



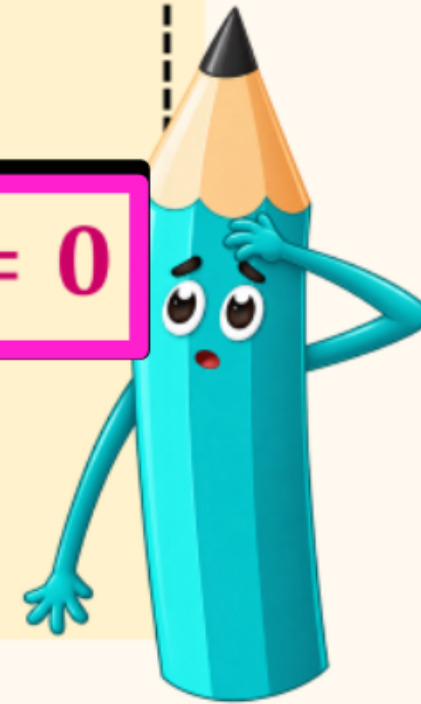
If  $f(x)$  is a polynomial, then  $f(x) = 0$  is called a polynomial equation.

अगर  $f(x)$  एक बहुपद, तो  $f(x) = 0$  एक बहुपद समीकरण कहा जाता है।

**Roots**  $\rightarrow 2, 3, -5$

$$(x - 2) \times (x - 3) \times (x + 5) = 0$$

$$\underline{x^3 - 19x + 30 = 0}$$



$$x = 2 \Rightarrow x - 2 = 0$$

$$x = 3 \Rightarrow x - 3 = 0$$

$$x = -5 \Rightarrow x + 5 = 0$$

if,  $\boxed{ax^3+bx^2+cx+d=0}$  के 3 roots  $\alpha, \beta, \gamma$  हैं।

$$(x-\alpha) \cdot (x-\beta) \cdot (x-\gamma) = 0$$

या

$$1 \cdot x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma)x - \alpha\beta\gamma = 0$$

compare

$$1 \cdot x^3 + \frac{b}{a}x^2 + \frac{c}{a}x + \frac{d}{a} = 0$$

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma = \frac{c}{a}, \quad \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$



156. If  $x, y, z$  are the three factors of  $a^3 - 7a - 6$ , then value of  $x + y + z$  will be

यदि  $a^3 - 7a - 6$  के तीन गुणनखंड  $x, y, z$  हैं, तो  $x + y + z$  का मान होगा?

[A]  $3a$

[B]  $3$

[C]  $0$

[D]  $a$

$$(a-\alpha) + (a-\beta) + (a-\gamma)$$

$$= 3a - (\alpha + \beta + \gamma)$$

$$= 3a - 0$$

$$= 3a$$

माना  $3$

$$a^3 - 7a - 6 = 0$$

$$\text{roots} = \alpha, \beta, \gamma$$

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{0}{1} = 0$$

161. In the expansion of  $(x + 9)(x - 6)(x + 5)$ , what is the coefficient of  $x$ ?

$(x + 9)(x - 6)(x + 5)$  के प्रसार में,  $x$  का गुणांक कितना है?

(RRB NTPC GRADUATE LEVEL CBT-1 2025)

[A] 33

[B] 30

[C] ~~-39~~

[D] -35

$-9, 6, -5$   
 $\alpha \beta \gamma$

$$\begin{aligned} & \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha \\ &= -54 - 30 + 45 \\ &= -39 \end{aligned}$$

Misc.



**164. Suppose**  $p(x) = x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$  &  $q(x) = x^4 + b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0$  **are the polynomials. If**  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  **are zeros of**  $p(x)$  **and**  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  **are zeros of**  $q(x)$ , **then what is the value of**  $\frac{p(x)-q(x)}{(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)}$  **?**

मान लीजिए  $p(x) = x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$  &  $q(x) = x^4 + b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0$  बहुपद हैं यदि  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$   $p(x)$  के शून्य हैं और  $\alpha, \beta, \gamma, \lambda$   $q(x)$  के शून्य हैं, तो  $\frac{p(x)-q(x)}{(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)}$  का मान क्या है?

**(CDS-1 2024)**

[A]  $-\lambda + \delta$

[B]  $\lambda - \delta$

[C]  $\lambda + \delta$

[D]  $-\lambda - \delta$

$$\begin{aligned} & \frac{p(x)}{q(x)} = \frac{(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta)}{(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\lambda)} \\ & \frac{(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta)}{(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\lambda)} \\ & = \frac{(x-\delta)}{(x-\lambda)} = \lambda - \delta \end{aligned}$$

165. How many distinct positive integer valued solution exist to the equation

$$(x^2 - 7x + 11)^{x^2 - 13x + 42} = 1?$$

समीकरण  $(x^2 - 7x + 11)^{x^2 - 13x + 42} = 1$  के कितने विशिष्ट धनात्मक पूर्णांक हल विद्यमान हैं?

(CAT 2020)

[A] 8

[C] ~~4~~

[B] 2

[D] 6

$$\Rightarrow x^2 - 13x + 42 = 0$$

$$x = 6, 7$$

$$6^2 - 42 + 11 \neq 0$$

$$7^2 - 49 + 11 \neq 0$$

$$x^2 - 7x + 11 = 1$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x = 2, 5$$

$$x^2 - 7x + 11 = -1$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x = 4, 3$$

$$16 - 52 + 42 = 6 \text{ (valid)}$$

$$9 - 39 + 42 = 12 \text{ (valid)}$$

$$a^0 = 1 \text{ but } a \neq 0$$

$$1^{\text{any}} = 1$$

$$(-1)^{\text{even}} = 1$$

# QUADRATIC Polynomial (द्विघात व्यंजक)

Maximum & minimum value based concept.  
अधिकतम और न्यूनतम मान पर आधारित अवधारणा

$f(x) = ax^2 + bx + c \rightarrow$  इसको द्विघातीय व्यंजक कहते हैं।  
where  $a \neq 0$

## Standard Form

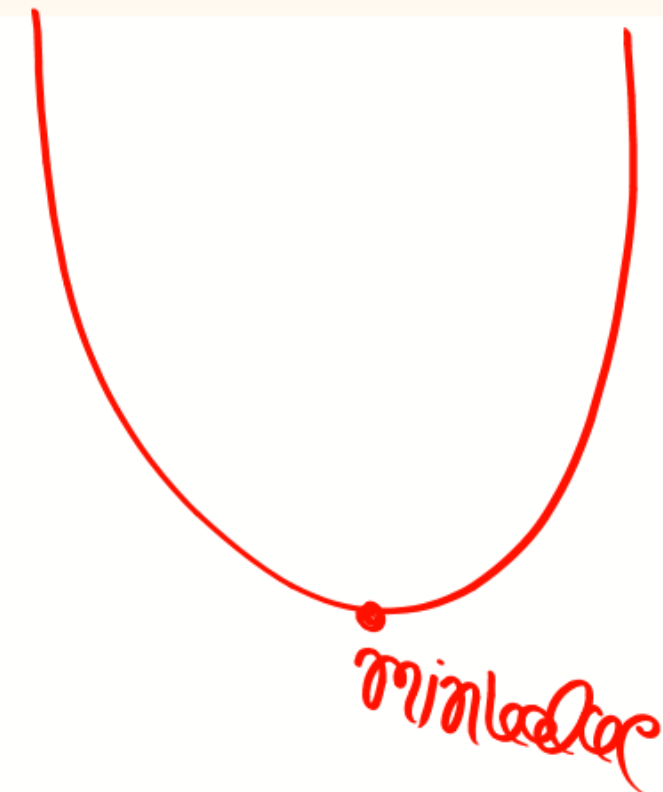
CASE (I): if,  $a > 0$  या  $a = +ve$

If,  $a > 0$  तो graph upward parabola बनेगा तो-

Minimum value  
$$= \frac{4ac - b^2}{4a}$$

at  $x = -\frac{b}{2a}$

Maximum value  
$$= +\infty$$



# QUADRATIC Polynomial (द्विघात व्यंजक)

Maximum & minimum value based concept.  
अधिकतम और न्यूनतम मान पर आधारित अवधारणा

$$f(x) = ax^2 + bx + c \rightarrow \text{इसको द्विघातीय व्यंजक कहते हैं।}$$

where  $a \neq 0$

## Standard Form

**CASE (II):** if,  $a < 0$  या  $a = -\infty$

Maximum Value  
अधिकतम मान

$$\frac{4ac - b^2}{4a}$$

at,  $x = -\frac{b}{2a}$  पर

Minimum Value  
न्यूनतम मान

$$-\infty$$

If,  $a < 0$  तो, graph Downward parabola बनेगा तो



$$y = 2x^2 + 9x - 17$$

$$x = -1$$

$$y = -21$$

$$\left( \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)$$

min value



166. Find the maximum value of the quadratic expression  $Ax^2 + Bx + C$  where  $A < 0$ .

द्विघात व्यंजक  $Ax^2 + Bx + C$  का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए, जहां  $A < 0$  है।

(RRB NTPC GRADUATE LEVEL CBT-1 2025)

[A]  $\frac{AC - B^2}{4A}$

[C]  $\frac{4AC - B^2}{4}$

[B]  $\frac{4AC - B^2}{4A}$

[D]  $\frac{B^2 - AC}{4A}$

167. The minimum value of  $8x + 14 + 3x^2$  is:

$8x + 14 + 3x^2$  का न्यूनतम मान ज्ञात करें।

[RRB Technician Grade 1 2024]

[A]  $8\frac{2}{3}$

[B]  $-\frac{28}{3}$

[C]  $-8\frac{2}{3}$

[D]  $\frac{28}{3}$

$a > 0$

$a = 3$

$b = 8$

$c = 14$

$3x^2 + 8x + 14$

Min value =  $\frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{168 - 64}{12} = \frac{104}{12} = \frac{26}{3}$

168. Find the minimum value of the quadratic expression  $7x^2 - 7x + 22$ .

द्विघात व्यंजक  $7x^2 - 7x + 22$  का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

(RRB NTPC GRADUATE LEVEL CBT-1 2025)

[A]  $\frac{55}{4}$

[B]  $\frac{81}{4}$

[C]  $\frac{83}{4}$

[D]  $\frac{65}{4}$

$$\frac{4 \times 7 \times 22 - (-7)^2}{28}$$

$$a = 7 > 0$$

$$b = -7$$

$$c = 22$$

$$= \frac{7 \times (81)}{28}$$

169. What will be the maximum value of the quadratic expression  $10(x-1) - 5x^2 + 4(2-x) + 8$ ?

द्विघात व्यंजक  $10(x-1) - 5x^2 + 4(2-x) + 8$  का अधिकतम मान क्या होगा?

(RRB NTPC GRADUATE LEVEL CBT-1 2025)

[A] 8.7

[B] ~~7.8~~

[C] 6.9

[D] 9.6

$$a = -5$$

$$10x - 10 - 5x^2 + 8 - 4x + 8$$

$$a = -5$$

$$-5x^2 + 6x + 6$$

$$b = 6$$

$$c = 6$$

$$\begin{aligned} \text{Max value} &= \frac{4x - 5 \times 6 - 6^2}{4 \times -5} \\ &= \frac{-156}{-20} = 7.8 \end{aligned}$$

170. A real number  $M$  is squared to give the value  $N$ . What is the minimum value of  $(M+N)$ ?

एक वास्तविक संख्या  $M$  का वर्ग करके  $N$  मान प्राप्त किया जाता है।  $(M+N)$  का न्यूनतम मान क्या है?

(UPSC CDS-1 2025)

[A] -0.25

[C] 0

[B] -0.50

[D] 0.25

$$M^2 = N$$

$$= M + M^2$$

$$a=1$$

$$b=1$$

$$c=0$$

$$\frac{4 \times 1 \times 0 - 1^2}{4}$$

171. A real number  $x$  is such that  $(x - x^2)$  is maximum. What is  $x$  equal to?

एक वास्तविक संख्या  $x$  इस प्रकार है कि  $(x - x^2)$  अधिकतम है।  $x$  किसके बराबर है?

(UPSC CDS-1 2022)

[A] -1.5

[C] 0.5

[B] -0.5

[D] 1.5

$$\text{at } x = -\frac{b}{2a} \text{ पर}$$

$$= \frac{-1}{2 \times -1} = .5$$

$$-x^2 + x$$

$$a = -1$$

$$b = 1$$

$$c = 0$$

172. What is the maximum value of the expression  $\frac{1}{x^2+5x+10}$ ?

व्यंजक  $\frac{1}{x^2+5x+10}$  का अधिकतम मान क्या है?

(SSC CGL PRE 2020)

[A]  $\frac{15}{4}$

[B]  $\frac{15}{2}$

[C] 1

☒ [D]  $\frac{4}{15}$

$\frac{1}{\text{min}} = \text{max}$

$$\frac{1}{\frac{40-25}{4}} = \frac{4}{15}$$

173. The expression  $(x - \sqrt{2})(x - \sqrt{4})$  goes through its minima at the value of  $x = a$ . Find the value of  $2a - \sqrt{2}$ .

व्यंजक  $(x - \sqrt{2})(x - \sqrt{4})$  का न्यूनतम मान  $x = a$  पर प्राप्त होता है।  $2a - \sqrt{2}$  का मान ज्ञात कीजिए।

(IB 2021)

[A] 0

[B]  $\sqrt{2}$

[C] 1

[D] 2

$$(x - \sqrt{2})(x - 2)$$

$$1. x^2 - (2 + \sqrt{2})x + 2\sqrt{2}$$

min value at

$$x = -\frac{b}{a} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$$

$$a = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$$

$$2a - \sqrt{2} = 2$$

174. If  $x$  and  $y$  are real numbers, then the least possible value of  $4(x-2)^2 + (y-3)^2 - 2(x-3)^2$  is:

यदि  $x$  और  $y$  वास्तविक संख्याएँ हैं, तो  $4(x-2)^2 + (y-3)^2 - 2(x-3)^2$  का न्यूनतम संभावित मान क्या है?

(SSC CPO 2019)

[A] 3

[C] ~~-4~~

[B] 1

[D] -8

$$4(x^2 - 4x + 4) - 2(x^2 - 6x + 9)$$

$$= x^2 - 4x - 2$$

$$(Real\ no)^2 \geq 0$$

$$\text{Min value} = \frac{4 \times 9 \times 2 - (-4)^2}{8}$$

$$= -\frac{32}{8}$$

$$= -4$$

**175. For what values of 'k' will the value of  $(12x^2 - kx + 27)$  be always positive?**

**'k' के किस मान के लिए  $(12x^2 - kx + 27)$  का मान हमेशा धनात्मक होगा?**

**(RRB NTPC GRADUATE LEVEL CBT-1, 2026)**

**[A]  $-36 < k < 36$**

**[B]  $k < -36$**

**[C]  $-36 \leq k \leq 36$**

**[D]  $k > 36$**

यदि  $x > 0$

तो  $\left(x + \frac{1}{x}\right)_{\min} = 2$  at  $x=1$



176. What is the minimum value of  $\left(\frac{a^2+3a+1}{a}\right)\left(\frac{b^2+3b+1}{b}\right)$  for  $a, b > 0$ ?

$a, b > 0$  के लिए  $\left(\frac{a^2+3a+1}{a}\right)\left(\frac{b^2+3b+1}{b}\right)$  का न्यूनतम मान क्या है?

(CDS-1 2024)

[A] 1

[C] 16

[B] 9

~~[D] 25~~

$$\left(a+3+\frac{1}{a}\right) \times \left(b+3+\frac{1}{b}\right)$$

5x5

177. For real  $x$ , What is the maximum value of  $\frac{x}{\sqrt{1+x^4}}$ ?

वास्तविक  $x$  के लिए,  $\frac{x}{\sqrt{1+x^4}}$  का अधिकतम मान क्या है?

[A]  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

[C] 1

[B]  $\frac{1}{2}$

[D]  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$= \sqrt{\frac{x^2/x^2}{1+x^4/x^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}}} = \text{max value}$$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

Chapter end

